

Über die Bahn der Leda.

Von **Moriz L ö w y.**

(Vorgelegt von dem w. M., Herrn Director K. v. Littrow.)

Der Planet, dessen Bahnbestimmung hier gegeben wird, wurde am 12. Jänner 1856 zu Paris von Chacornac entdeckt, und ist der 38. aus der Gruppe der Asteroiden. Von ihm sind bis zum Mai 1856 84 Beobachtungen gemacht worden, welche alle bei der folgenden Rechnung zu Grunde gelegt wurden. Leda gehört zu den lichtschwächsten der Asteroiden und konnte im vorigen Jahre, ungeachtet sie nahe am Perihel war, nur mit stärkeren Fernröhren länger verfolgt werden. Die letzten Beobachtungen wurden in der zweiten Hälfte des Mai in Berlin gemacht. Schon während der ersten Sichtbarkeit des Planeten wurden von Pape in Altona wiederholt genäherte Elemente der Bahn berechnet; das letzte dieser Elementensysteme, welches bei der nachstehenden Bahnbestimmung benützt wurde, ist folgendes:

1856, 0. Jänner 0^h mittlere Berliner Zeit.

$$\begin{array}{rcl}
 M = 12^{\circ} 53' 48''.5 & & \\
 \pi = 99 \ 43 \ 6.4 & \left. \vphantom{\begin{array}{l} \pi \\ \Omega \end{array}} \right\} \text{mittleres Äquinoctium} & \\
 \Omega = 296 \ 28 \ 39.6 & \left. \vphantom{\begin{array}{l} \pi \\ \Omega \end{array}} \right\} \text{1856.0} & \\
 i = 6 \ 59 \ 18.1 & & \\
 \varphi = 8 \ 59 \ 1.2 & & \\
 \log a = 0.437765 & & \\
 \log \mu = 2.893359 & &
 \end{array}$$

Mit diesen Elementen wurde eine genaue Ephemeride für die ganze Dauer der Sichtbarkeit des Planeten entworfen und mit dieser die sämtlichen Beobachtungen verglichen. Auf die Störungen wurde keine Rücksicht genommen. Die folgende Übersicht enthält die Vergleichung der Beobachtung mit der Ephemeride; die beiden letzten Columnen geben die Fehler der Ephemeride in Rectascension und Declination.

Datum	Beobachtungsort	Beobachtung <i>da</i>	Rechnung <i>dδ</i>
1856, Jänner 12.	Paris	+ 2·65
” 12.	”	— 1·72	. . .
” 13.	”	— 4·73	. . .
” 13.	”	+ 2·27
” 13.	”	+ 0·01
” 18.	Bilk	— 0·37	+ 5·85
” 19.	Liverpool	+ 2·78	+ 5·37
” 19.	”	+ 0·39	+ 1·95
” 20.	Berlin	— 4·37	+ 4·51
” 24.	Liverpool	+ 6·86	+ 0·22
” 24.	Bilk	+ 1·21	+ 7·15
” 24.	Liverpool	+ 5·15	+ 3·38
” 24.	Berlin	— 3·05	+ 2·04
” 25.	Durham	— 0·92	+ 1·72
” 25.	”	— 0·86	+ 4·03
” 25.	Berlin	— 4·99	— 0·67
” 28.	Greenwich	+ 1·29	+ 2·53
” 28.	Durham	— 3·38	— 1·36
” 28.	”	— 3·35	— 2·11
” 29.	Cambridge	+ 6·03	— 2·50
” 29.	”	+ 6·61	— 2·46
” 29.	Greenwich	+ 3·54	+ 8·54
” 29.	Berlin	— 4·75	— 1·59
” 30.	Cambridge	+ 2·70	+ 4·02
” 31.	Hamburg	+ 0·43	— 10·34
” 31.	Cambridge	+ 3·37	— 2·47
Februar 1.	Berlin	+ 6·38	— 2·77
” 2.	Hamburg	+ 4·13	+ 6·72
” 2.	Altona	+ 9·93	+ 2·74
” 3.	Hamburg	+ 5·85	+ 10·47
” 3.	Wien	+ 1·84	+ 8·76
” 3.	Altona	+ 11·72	+ 5·96
” 3.	Leiden	+ 10·62	+ 4·14
” 3.	Berlin	— 7·17	— 4·23
” 4.	Wien	+ 4·18	+ 5·35
” 4.	Leiden	+ 0·44	+ 5·33
” 4.	Hamburg	+ 2·85	+ 10·11
” 4.	Altona	+ 10·94	+ 7·06
” 6.	Wien	+ 2·57	+ 2·69
” 7.	Cambridge	+ 0·14	. . .
” 7.	”	+ 7·98
” 9.	”	+ 2·57	+ 9·05
” 9.	Durham	— 2·30	+ 6·46
” 9.	”	— 0·45	+ 8·42

Datum	Beobachtungsort	Beobachtung $d\alpha$	Rechnung $d\delta$
1856. Februar 10.	Kremsmünster	+ 9·88	+ 17·11
„ 11.	„	+ 13·65	+ 14·54
„ 12.	„	+ 19·65	+ 27·24
„ 12.	Greenwich	+ 4·98	+ 7·02
„ 15.	Leiden	— 0·60	+ 3·56
„ 15.	„	+ 0·97	+ 4·05
„ 16.	Berlin	+ 0·59	+ 3·18
„ 17.	Leiden	+ 2·31	+ 2·89
„ 17.	Berlin	— 7·85	+ 3·39
„ 23.	Altona	+ 8·36	+ 9·27
„ 27.	Hamburg	+ 9·73	— 0·13
„ 27.	Berlin	— 2·89	+ 5·34
März 2.	Hamburg	+ 2·03	— 10·23
„ 3.	„	— 1·09	+ 4·42
„ 13.	Berlin	+ 0·01	— 0·13
„ 14.	„	— 1·09	+ 1·33
„ 17.	„	+ 4·23	. . .
„ 24.	Göttingen	+ 16·22	+ 2·66
„ 24.	Berlin	+ 2·21	+ 0·48
„ 24.	„	+ 3·82	— 1·93
„ 26.	Göttingen	+ 29·72	— 4·19
„ 26.	Berlin	+ 8·00	3·42
„ 27.	Göttingen	+ 24·44	6·30
„ 27.	Berlin	+ 5·96	5·24
„ 27.	Cambridge	— 6·04	— 6·44
„ 29.	„	+ 15·77	5·68
„ 31.	„	+ 15·53	— 9·22
April 1.	„	+ 17·97	4·91
„ 1.	Berlin	+ 11·85	— 6·33
„ 3.	„	+ 16·32	— 3·98
„ 4.	Cambridge	+ 18·07	0·30
„ 5.	„	+ 17·08	— 12·80
„ 8.	Berlin	+ 25·05	— 9·47
„ 24.	„	+ 46·59	11·36
Mai 2.	„	+ 1' 0·60	17·57
„ 3.	„	+ 1' 3·28	— 16·08

Bemerkungen.

Kremsmünster 10. 11. 12. Februar in Declination alle 3 ausgeschlossen, in Rectascension die beiden letzten.

Kremsmünster 5. 17. 26. März an allen 3 Beobachtungstagen scheint statt des Planeten ein Fixstern beobachtet zu sein.

Göttingen 26. März in Rectascension ausgeschlossen.

Greenwich 27. März scheint nicht der Planet genommen zu sein.

Diese Fehler der Ephemeride wurden nun in 6 Gruppen gesondert, so dass in die 1. Gruppe alle Abweichungen bis 23. Jänner, in die 2. bis 3. Februar, in die 3. bis 17. Februar, in die 4. bis 26. März, in die 5. bis 8. April und in die 6. bis 3. Mai aufgenommen wurden, und dann aus allen Zahlen jeder Gruppe das Mittel genommen.

Es folgt in dieser Weise:

Gruppe	Datum	Beobachtung — Rechnung	
		$d\alpha$	$d\delta$
1.	Jänner 21.	— 0·36	+ 2·89
2.	Februar 1.	+ 3·10	+ 1·35
3.	„ 10.	+ 1·95	+ 5·77
4.	März 12.	+ 4·13	+ 0·29
5.	April 1.	+14·37	— 6·42
6.	„ 30.	+56·82	—15·00.

Bringt man diese Abweichung an die betreffenden Orte der Ephemeride an, so ergeben sich die folgenden 6 Normalorte, welche sich auf den mittleren Äquator 1856, 0. Jänner beziehen:

Normalort	Datum	α			δ		
		°	'	''	°	'	''
1.	1856, Jänner 21.	127°	56'	33·26	17°	18'	51·94
2.	Februar 1.	125	11	13·94	17	16	41·53
3.	„ 10.	123	09	03·76	17	13	58·51
4.	März 12.	120	10	30·33	16	42	13·54
5.	April 1.	122	04	34·92	15	57	43·02
6.	„ 30.	128	46	46·40	14	10	37·39

Mittelst des ersten und vorletzten Normalortes und den entsprechenden eurtirten Distanzen des Planeten nach Pape's Elementen ergab sich folgende Bahn:

$$\begin{aligned}
 & 1856, 0. \text{ Jänner } 0^h \text{ mittlere Berliner Zeit.} \\
 M &= 12^{\circ} 53' 14^{\cdot} 16 \\
 \pi &= 99 \text{ } 45 \text{ } 41^{\cdot} 85 \\
 \Omega &= 296 \text{ } 28 \text{ } 31^{\cdot} 47 \\
 i &= 6 \text{ } 59 \text{ } 17^{\cdot} 97 \\
 \log a &= 0\cdot 4379639 \\
 e &= 0\cdot 1565240 \\
 \log \mu &= 2\cdot 8930606
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \text{mittleres Äquinoctium} \\ 1856\cdot 0 \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

wodurch die Normalorte in Länge und Breite so dargestellt werden:

Normalort	Beobachtung — Rechnung	
	$d\lambda$	$d\beta$
1.	— 0 ^h 04	+ 0 ^h 04
2.	+ 0 35	— 0 33
3.	— 4 64	+ 4 80

Normalort	Beobachtung — Rechnung	
	$d\lambda$	$d\beta$
4.	— 8·67	+ 3·18
5.	+ 0·05	— 0·02
6.	+ 40·17	+ 3·61

hierauf wurden durch Änderung der eurtirten Distanzen des ersten und vorletzten Normalortes mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate die unbekanntenen Grössen x und y , welche zur Verbesserung der Elemente angewendet werden, ermittelt und mit diesen die genauere Bestimmung der Bahn vorgenommen, so wie auch die Ermittlung der noch übrig bleibenden Fehler. Hierbei zeigte sich jedoch eine so bedeutende Grösse in den Änderungen der Elemente, dass die supponirte Proportionalität für die Änderungen der Elemente in Frage gestellt war. Es wurde desshalb nach diesen Elementen ein Normalort bestimmt, und in der That zeigte sich der auf diesem Wege resultirende Fehler so beträchtlich verschieden von dem durch x und y ermittelten, dass eine weitere Verbesserung der Elemente unter Anwendung einer 4. Hypothese nothwendig wurde. Die mittelst dieser neuen Hypothese erhaltene wahrscheinlichste Ellipse ist nun folgende:

$$\begin{aligned}
 & 1856, \text{ Jänner } 0^h \text{ mittlere Berliner Zeit} \\
 M &= 12^\circ 14' 38^{\cdot}77 \\
 \pi &= 100 \ 40 \ 28^{\cdot}38 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{mittleres Äquinoctium} \\
 \Omega &= 296 \ 27 \ 47^{\cdot}29 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 1856\cdot 0 \\
 i &= 6 \ 58 \ 31^{\cdot}83 \\
 \log a &= 0\cdot 4377005 \\
 e &= 0\cdot 1553761 \\
 \log \mu &= 2\cdot 8934557
 \end{aligned}$$

mit den übrig bleibenden Fehlern:

Normalort	Datum	Beobachtung — Rechnung	
		$d\lambda$	$d\beta$
1.	1856, Jänner 26.	+ 0 ^o 01	— 0 ^o 02
2.	Februar 1.	+ 1·91	— 1·50
3.	„ 10.	+ 0·05	+ 3·36
4.	März 12.	+ 2·36	+ 2·61
5.	April 1.	— 0·08	+ 0·01
6.	„ 30.	— 0·29	+ 3·75

die durch directe Berechnung der Normalorte aus den Elementen gefunden wurden.

Die Ephemeride für die nächste Opposition nach den neuen Elementen ist folgende:

0 ^h mittlere Berliner Zeit		α	δ	$\log J$
1857, April	2.	15 ^h 56 ^m 50 ^s	-29° 17' 48"	0·34561
	3.	56 35	18 57	
	4.	56 17	20 0	
	5.	55 59	20 56	
	6.	55 38	21 46	
	7.	55 16	22 29	
	8.	54 52	23 4	
	9.	54 27	23 33	
	10.	54 0	23 55	
	11.	53 32	24 10	
	12.	53 2	24 18	0·32819
	13.	52 31	24 21	
	14.	51 59	24 16	
	15.	51 25	24 2	
	16.	50 49	23 41	
	17.	50 12	23 11	
	18.	49 34	22 34	
	19.	48 54	21 48	
	20.	48 13	20 53	
	21.	47 31	19 51	
	22.	46 47	18 41	0·31416
	23.	46 3	17 25	
	24.	45 17	16 0	
	25.	44 31	14 26	
	26.	43 43	12 44	
	27.	42 54	10 33	
	28.	42 4	8 55	
	29.	41 14	6 44	
	30.	40 22	4 28	
Mai	1.	39 30	-29 2 4	
	2.	38 37	-28 59 31	0·30485
	3.	37 44	56 54	
	4.	36 49	54 8	
	5.	35 55	51 14	
	6.	35 0	48 12	
	7.	34 4	45 1	
	8.	33 8	41 43	
	9.	32 12	38 17	
	10.	31 15	34 43	
	11.	30 19	31 3	
	12.	29 22	27 16	0·30108
	13.	28 25	23 24	
	14.	27 28	19 26	
	15.	26 31	15 21	

0^h mittlere Berliner Zeit	α	δ	$\log \Delta$
1587, Mai 16.	$15^h 23^m 34^s$	$-28^\circ 11' 9''$	
17.	24 37	6 51	
18.	23 41	-28 2 28	
19.	22 45	-27 58 0	
20.	21 49	53 26	
21.	20 54	48 48	
22.	20 0	44 5	0.30332
23.	19 5	39 19	
24.	18 11	34 30	
25.	17 18	29 37	
26.	16 26	24 41	
27.	15 34	19 41	
28.	14 43	14 39	
29.	13 54	9 34	
30.	13 4	-27 4 27	
31.	12 16	-26 59 17	
Juni 1.	11 29	54 6	0.31153
2.	10 43	48 58	
3.	9 58	43 51	
4.	9 14	38 44	
5.	8 31	33 37	
6.	7 49	28 30	
7.	7 8	23 22	
8.	6 29	18 13	
9.	5 51	13 3	
10.	5 15	7 51	
11.	4 40	2 37	0.42493